

Άνοιξη 2024

28/3/2024

Προβλήματα Κεφαλαίου 6

Η λύση του προβλήματος 7 να παραδοθεί μέχρι τις 5/4/2024

1.

Να μελετηθεί με την μικροκανονική κατανομή το μοντέλο Einstein. Ειδικότερα να υπολογιστεί το στατιστικό του βάρους $\Omega(E)$, η θερμοκρασία του και να εκφραστεί η ενέργεια του κρυσταλλικού στερεού λόγω ταλάντωσης σε συνάρτηση με τα N , T , ω . Να υπολογιστεί η εντροπία του.

2.

Ο γραφίτης έχει φυλλόμορφη κρυσταλλική δομή. Πειραματικά βρέθηκε ότι η ειδική θερμοχωρητικότητα του στις χαμηλές θερμοκρασίες είναι ανάλογη του T^2 . Μπορούμε με την βοήθεια του μοντέλου Debye να το ερμηνεύσουμε; Δίνεται η θερμοχωρητικότητα ενός αρμονικού ταλαντωτή.

3.

Ένα μονωμένο στερεό που περιγράφεται με το μοντέλο Einstein, αποτελείται από 6 ταλαντωτές και έχει ολική ενέργεια ίση με $12\hbar\omega$. Ποια είναι η πιθανότητα όλα αυτά τα 12 κβάντα ενέργειας να βρίσκονται σε ένα μόνο ταλαντωτή;

4.

Θεωρείστε ένα σύστημα ανεξάρτητων, διακρισίμων και όμοιων ταλαντωτών με ιδιοσυχνότητα ω_E , που οι κβαντικές τους καταστάσεις χαρακτηρίζονται από έναν μη αρνητικό ακέραιο n . Αν N_n είναι το μέσο πλήθος ταλαντωτών που βρίσκονται στην κβαντική κατάσταση n να αποδείξετε ότι το κλάσμα N_n / N_{n-1} είναι ανεξάρτητο του κβαντικού αριθμού n . Αν θ_E είναι η θερμοκρασία Einstein του συστήματος, σε ποιά θερμοκρασία το κλάσμα αυτό γίνεται ίσο με $1/3$;

5.

Φέρουμε σε επαφή δυο όμοια ($N_1 = N_2 = N$, ω_E) μονωμένα στερεά που περιγράφονται με το μοντέλο Einstein και έχουν ενέργειες E_1 και E_2 . Με δεδομένο ότι δεν υπάρχει καμία αλληλεπίδραση με το περιβάλλον, να υπολογιστεί η τελική θερμοκρασία τους.

6.

Οι ενεργειακές στάθμες ενός αρμονικού ταλαντωτή δίνονται από την σχέση: $\varepsilon_r = \left(r + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$ $r = 0,1,2,\dots$

Ένα θερμικά μονωμένο σύστημα αποτελείται από N τέτοιους ταλαντωτές και έχει συνολικά M κβάντα ενέργειας.

(i) Να υπολογιστεί η θερμοκρασία T του συστήματος.

Φέρουμε σε θερμική επαφή τα δύο τέτοια συστήματα $\Sigma 1$ και $\Sigma 2$ και τα μονώνουμε ως προς το περιβάλλον.

Αρχικά το σύστημα $\Sigma 1$ αποτελείται από N_1 τέτοιους ταλαντωτές που έχουν συνολικά m_1 κβάντα ενέργειας και το σύστημα $\Sigma 2$ αποτελείται από N_2 τέτοιους ταλαντωτές που έχουν συνολικά m_2 κβάντα ενέργειας.

(ii) Βρείτε τη θερμοκρασία στην τελική κατάσταση ισορροπίας.

(iii) Βρείτε πόσα κβάντα ενέργειας θα έχει κάθε σύστημα μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας.

Εφαρμογή: $N_1=6$, $m_1 =10$ και $N_2=8$, $m_2 =12$

..

7.

Ένα σύστημα N εντοπισμένων και ανεξάρτητων ταλαντωτών είναι σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας θερμοκρασίας T . Οι ενεργειακές στάθμες κάθε ταλαντωτή δίνονται από

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \text{ με } n = 1,3,5,7,\dots$$

Σημειώστε ότι το n είναι περιττός ακέραιος αριθμός.

(i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ενός ταλαντωτή σαν μια συνάρτηση της θερμοκρασίας T . Ποια είναι η μορφή της στο κλασσικό όριο: ($\hbar\omega \ll k_B T$)

(ii) Να υπολογιστεί η συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος αυτού.

(iii) Να βρεθεί η εντροπία του συστήματος σαν μια συνάρτηση της θερμοκρασίας T . Σχεδιάστε πρόχειρα την καμπύλη μεταβολής της εντροπίας με την θερμοκρασία. Πόση είναι η εντροπία στο κλασσικό όριο;

(iv) Ποια είναι η έκφραση της θερμοχωρητικότητας του συστήματος στο κλασσικό όριο;