

Άνοιξη 2024

22/5/2024

**Προβλήματα Κεφαλαίου 11****1.**

Να υπολογιστεί η ενέργεια  $F_{\text{Fermi}}$  ενός διδιάστατου αερίου ηλεκτρονίων, καθώς και η ολική ενέργεια του συστήματος στην θερμοκρασία του απόλυτου μηδενός.

**2.**

Να δείξετε ότι στη θερμοκρασία  $T=0$  K το ελάχιστο μήκος κύματος de Broglie των ελευθέρων ηλεκτρονίων ενός μονοσθενούς μετάλλου  $N$  ατόμων σε όγκο  $V$ , είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την ενδοατομική του απόσταση.

**3.**

Δείξτε ότι σε ένα κβαντικό ιδανικό αέριο φερμιονίων, θερμοκρασίας  $T$ , η πιθανότητα κατάληψης μιας στάθμης ενέργειας  $\mu+\epsilon$  ( $\mu>\epsilon>0$ ), είναι ίση με την πιθανότητα να είναι άδεια η στάθμη ενέργειας  $\mu-\epsilon$ .

**4.**

Να αποδείξετε ότι για ένα κβαντικό αέριο μποζονίων στην κρίσιμη θερμοκρασία η μέση τιμή του  $\lambda_{\text{dB}}$  είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τη μέση απόσταση μεταξύ των γειτονικών μποζονίων. Θεωρήστε ως μέση τιμή ενέργειας την  $\epsilon=3/2kT_c$ .

**5.**

Θεωρώντας το υγρό  ${}^4\text{He}$  σαν τέλειο μποζονικό αέριο, να υπολογίσετε την κρίσιμη θερμοκρασία  $T_c$  και να την συγκρίνετε με την πειραματική θερμοκρασία κάτω από την οποία το υγρό  ${}^4\text{He}$  γίνεται υπερευστό ( $T_{\text{πειρ}}=2.18\text{K}$ ). Δίνεται ότι η πυκνότητα μάζας του υγρού  ${}^4\text{He}$  είναι  $\rho_m=0.145\text{ gr/cm}^3$ .

**6.**

Στην επιφάνεια μετάλλου υπάρχουν  $N_0$  'κέντρα απορρόφησης ατόμων' με ενέργεια  $-\epsilon_0$  για το πρώτο άτομο και ενέργεια  $-\epsilon_0/2$  για το δεύτερο άτομο (το χημικό δυναμικό του αερίου είναι  $\mu$ ). Ποιος είναι ο μέσος αριθμός κατάληψης αυτών των κέντρων σε θερμοκρασία  $T$ ;

- αν κάθε κέντρο απορροφά το πολύ ένα άτομο.
- αν κάθε κέντρο απορροφά το πολύ δυο άτομα.

## 7.

Ένα σύστημα αποτελείται από 2 μη αλληλεπιδρώντα σωματίδια. Το κάθε σωματίδιο έχει 3 μικροκαταστάσεις με ενέργειες 0,  $\epsilon$  και  $2\epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ), αντίστοιχα.

- a. Ποια είναι η συνάρτηση επιμερισμού  $z$  του ενός σωματιδίου.
- b. Να βρεθούν και να καταγραφούν, οι επιτρεπτές καταστάσεις αυτού του συστήματος όταν  $E=2\epsilon$ , στην περίπτωση όπου τα σωματίδια είναι:
  - i. Διακρίσιμα
  - ii Μποζόνια
  - iii. Φερμιόνια
- c. Να υπολογιστεί η εντροπία στην κατάσταση θερμικής ισορροπίας με  $E=2\epsilon$  για τα τρία αυτά είδη σωματιδίων.
- d. Να υπολογιστούν όλες οι καταστάσεις του συστήματος στις τρεις περιπτώσεις. Σε κάθε περίπτωση να βρεθεί αν υπάρχει εκφυλισμός στην ενέργεια  $E$ . Να υπολογιστούν οι συναρτήσεις επιμερισμού των συστημάτων ( $Z_{\Delta\text{ΙΑΚ}}$ ,  $Z_{\text{ΜΠΟΖ}}$ ,  $Z_{\Phi\text{ΕΡΜ}}$ ) και να δειχθεί ότι  $Z_{\Delta\text{ΙΑΚ}} > Z_{\text{ΜΠΟΖ}} > Z_{\Phi\text{ΕΡΜ}}$  όταν  $T > 0$ . Τι συμβαίνει όταν  $T=0$ ;
- e. Ποια είναι η πιθανότητα ώστε το σύστημα να έχει ενέργεια  $E=2\epsilon$  για τα τρία είδη των σωματιδίων;
- f. Ποια είναι η  $Z_{\text{ΜΗ-}\Delta\text{ΙΑΚ}}$  στην 'κλασσική' στατιστική; Κάτω από ποιες προϋποθέσεις η  $Z_{\text{ΜΗ-}\Delta\text{ΙΑΚ}} = Z_{\Delta\text{ΙΑΚ}}/2!$  προσεγγίζει τέλεια την  $Z_{\text{ΜΠΟΖ}}$  και  $Z_{\Phi\text{ΕΡΜ}}$  (ισχύει  $Z_{\text{ΜΗ-}\Delta\text{ΙΑΚ}} = Z_{\text{ΜΠΟΖ}} = Z_{\Phi\text{ΕΡΜ}}$ );
- g. Ποιος είναι ο λόγος των πιθανοτήτων, ώστε τα 2 σωματίδια να είναι στην ίδια ή σε διαφορετικές μονοσωματιδιακές καταστάσεις; Τι παρατηρείτε;