

# ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

## Θερμοδυναμικά Μεγέθη και Σχέσεις

$T$ =Θερμοκρασία,  $P$ =Πίεση,  $V$ =Όγκος,  $S$ =Εντροπία,  $N$ =Αριθμός σωματιδίων (μάζα),  
 $E$ =Εσωτερική ενέργεια,  $F$ = Ελεύθερη Ενέργεια Helmholtz,  $G$ =Ελεύθερη Ενέργεια Gibbs,  
 $H$ = Ενθαλπία,  $\Omega_\delta$ =Γενικευμένο δυναμικό,  $\mu$ =χημικό δυναμικό,  $k_B$ =σταθερά Boltzmann  
 $E = TS - PV + \mu N$ ,  $dE = TdS - PdV + \mu dN$ ,  $dF = -SdT - PdV + \mu dN$ ,  
 $dH = TdS + VdP + \mu dN$ ,  $dG = -SdT + VdP + \mu dN$ ,  $d\Omega_\delta = -SdT - PdV - Nd\mu$

## Μικροκανονική Κατανομή (Θερμοδυναμική ισορροπία μονωμένου συστήματος: $E, V, N$ ορισμένα) :

$\Omega$  = Στατιστικό Βάρος,  $S(E, V, N) = k \ln \Omega$ ,  $\frac{1}{T_i} = \left( \frac{\partial S_i}{\partial E_i} \right)_{V_i, N_i}$ ,  $\frac{P_i}{T_i} = \left( \frac{\partial S_i}{\partial V_i} \right)_{E_i, N_i}$ ,  $\frac{\mu_i}{T_i} = - \left( \frac{\partial S_i}{\partial N_i} \right)_{E_i, N_i}$

## Κανονική Κατανομή, (Θερμοδυναμική ισορροπία με δεξαμενή θερμότητας: $T, V, N$ ορισμένα) :

Κατανομή πιθανότητας Boltzmann:  $P_r = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_r}$ ,  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ ,  $Z$ = Συνάρτηση επιμερισμού,

$Z(T, V, N) = \sum_r e^{-\beta E_r}$ ,  $E_r$ =ενέργεια μικροκατάστασης  $r$ , του συστήματος,

Μέση ενέργεια συστήματος  $\bar{E} = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ ,  $F(T, V, N) = -k_B T \ln Z$ ,  $S(T, V, N) = -k \sum_i p_i \ln p_i$ .

## Μεγαλοκανονική Κατανομή, (Θερμοδυναμική ισορροπία με δεξαμενή θερμότητας και σωματιδίων: $T, V, \mu$ ορισμένα):

Κατανομή πιθανότητας Gibbs:  $\rho_{N,r} = \frac{e^{\beta(\mu N - E_{N,r})}}{\Xi}$   $\Xi$ =Γενικευμένη συνάρτηση επιμερισμού,

$\Xi(T, V, \mu) = \sum_N \sum_r e^{\beta(\mu N - E_{N,r})}$ ,  $E_{N,r}$ =ενέργεια μικροκατάστασης  $r$ , συστήματος  $N$  σωματιδίων

$\Omega_\delta(T, V, \mu) = -kT \ln \Xi$ , Μέσος αριθμός σωματιδίων συστήματος:  $\bar{N} = - \frac{\partial \Omega_\delta}{\partial \mu}$

## Κατανομές Fermi-Dirac και Bose-Einstein: ( $\epsilon_i$ =ενέργεια μονοσωματιδιακής κατάστασης $i$ )

$\Xi = \prod_{i=1}^{\infty} \Xi_i$ ,  $\Xi_i = [1 \pm e^{\beta(\mu - \epsilon_i)}]^{-1}$ , Μέσος αριθμός κατάληψης στάθμης  $i$ :  $\bar{n}_i = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} \pm 1}$ , (+FD, -BE)

## Πυκνότητες Καταστάσεων σε χώρο 3-διαστάσεων:

Αριθμός τρόπων κυμάτων με κυματόνισμα μέτρου μεταξύ  $k$  και  $k+dk$ :  $f(k)dk = \frac{V k^2}{2\pi^2} dk$

Αριθμός λύσεων στο χώρο των φάσεων με ορμές μέτρου μεταξύ  $p$  και  $p+dp$ :  $f(p)dp = \frac{V 4\pi p^2 dp}{h^3}$

## Μαθηματικές Σχέσεις:

Τύπος του Stirling:  $\ln N! = N \ln N - N = N \ln \left( \frac{N}{e} \right)$ ,  $\sum_n \frac{a^n}{n!} = e^a$ ,  $\sum_n a^n = \frac{a}{1-a}$  για  $a < 1$ ,

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)} = \frac{\pi^4}{15}, \quad \int_0^{\infty} \frac{x^4 e^x dx}{(e^x - 1)^2} = \frac{4\pi^4}{15},$$

$$\text{Αν } I_n(a) = \int_0^{\infty} x^n e^{-ax^2} dx \quad (a > 0), \text{ τότε: } I_0(a) = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{a} \right)^{1/2}, \quad I_1(a) = \frac{1}{2a},$$

$$I_2(a) = \frac{1}{4a} \left( \frac{\pi}{a} \right)^{1/2}, \quad I_3(a) = \frac{1}{2a^2}, \quad I_4(a) = \frac{1}{8a^2} \left( \frac{\pi}{a} \right)^{1/2}, \quad I_5(a) = \frac{1}{a^3}$$